Xmas Contest 2013

Problems

Problem A: Random Trip

Points: $30 + 70$

ランダムに目的地を決める旅をするのが好きなうさぎがいる. うさぎが今度訪れる都市は, N 個の町と, それらの間を双方向に結ぶ $N-1$ 本の道路からなり, どの町からどの町へも道路を何本か通って行くことができる (すなわち, 町を頂点, 道路を辺とみたグラフを考えると, 木になっている).

うさぎは, 旅のスタート地点とゴール地点を運任せで選んだのち, スタート地点からゴール地点まで通る道の本数が最小になるようにして旅をする. 各町をスタート地点・ゴール地点として選ぶ確率が与えられたとき, 旅で通ることになる道の本数の 2 乗の期待値を求めよ.

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

$$
\begin{array}{l}
N \\
A_1\ B_1 \\
\vdots \\
A_{N-1}\ B_{N-1} \\
P_1\ Q_1 \\
\vdots \\
P_N\ Q_N
\end{array}
$$

整数 N は町の個数を表す. 整数 A_i, B_i $(1 \le i \le N-1)$ は, i 番目の道路が A_i 番目の町と B_i 番目の町を結ぶことを表す. 整数 P_j, Q_j $(1 \le j \le N)$ は, j 番目の町がスタート地点, ゴール地点として選ばれる確率がそれぞれ $P_j\,\%$, $Q_j\,\%$ であることを表す.

Output

各テストケースに対して, 求める期待値を小数第 4 位までに四捨五入し 1 行に出力せよ. 答えの値が $\pm 10^{-6}$ 変化しても出力は変わらないとしてよい.

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる.

- $1 \le N \le 50\,000$.
- $1 \le A_i \le N$, $1 \le B_i \le N$, $A_i \ne B_i$ $(1 \le i \le N-1)$.
- 町の結ばれ方は, 問題文中で指定された条件を満たす.
- $0 \le P_j \le 100$, $0 \le Q_j \le 100$ $(1 \le j \le N)$.
- $P_1 + \cdots + P_N = 100$, $Q_1 + \cdots + Q_N = 100$.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる.

A1.in (30 **点**)

- $T = 10$.
- $N \leq 10$.

A2.in (70 **点**)

- $T = 20$.

Sample

Sample Input	Sample Output
3	1.9000
3	0.0000
1 2	3.7864
2 3	
100 0	
0 70	
0 30	
1	
100 100	
5	
3 2	
3 1	
3 4	
1 5	
0 40	
3 32	
12 18	
27 8	
58 2	

1 個目のテストケースでは,

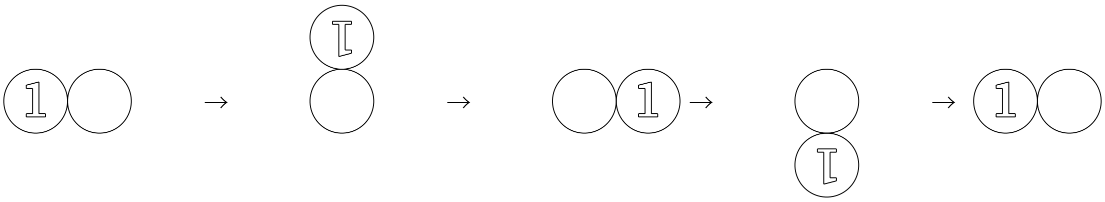
- 70 % の確率で, スタートが 1 番目の町, ゴールが 2 番目の町になり, 通る道の本数は 1 となる.
- 30 % の確率で, スタートが 1 番目の町, ゴールが 3 番目の町になり, 通る道の本数は 2 となる.

よって, 求める期待値は $0.70 \times 1^2 + 0.30 \times 2^2 = 1.9$ となる.

Problem B: Rotating Coin

Points: $20 + 80$

コイン収集が趣味であるうさぎは, あるとき, 一円玉をもう 1 枚の一円玉の周に沿って滑らせることなく転がすと, 一周して元の位置に戻ってきたときに 2 回転していることに気づいた.



もちろん, 一円玉と異なる大きさのコインもたくさんある. うさぎは, 半径がそれぞれ $R_1\,\mathrm{cm}, \ldots, R_N\,\mathrm{cm}$ である N 枚のコインを, 互いに接するように机の上にこの順にまっすぐ一列に並べた (すなわち, i 番目 $(1 \leq i \leq N)$ のコインの中心が点 $(2(R_1 + \cdots + R_{i-1}) + R_i, 0)$ となるように座標をとることができる). これらの周に沿って一円玉 (半径 $1\,\mathrm{cm}$) を滑らせることなく転がすと, 一周して元の位置に戻ってきたときに何回転しているだろうか.

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

N
$R_1\ R_2\ \cdots\ R_N$

整数 N は机に並べられたコインの個数を表す. 整数 R_i $(1 \leq i \leq N)$ は i 番目のコインの半径を表す.

Output

各テストケースに対して, コインが何回転するかを小数第 4 位までに四捨五入し 1 行に出力せよ. 答えの値が $\pm 10^{-6}$ 変化しても出力は変わらないとしてよい.

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる.

- $1 \leq N \leq 10$.
- $1 \leq R_i \leq 10$ $(1 \leq i \leq N)$.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる.

B1.in (20 **点**)

- $T = 10$.
- $N = 1$.

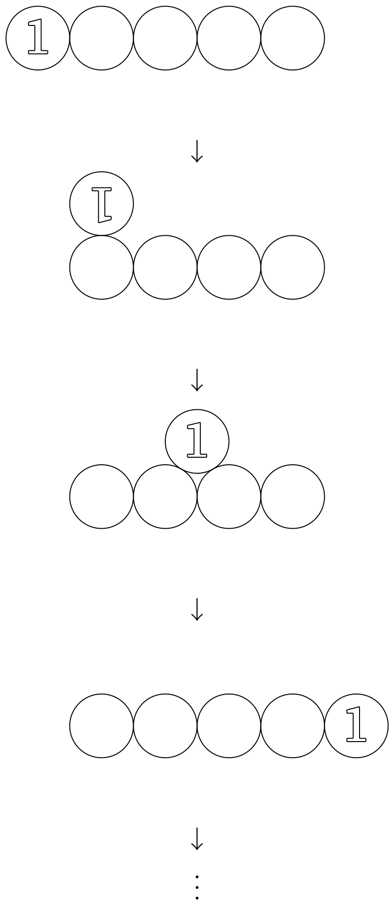
B2.in (80 **点**)

- $T = 20$.

Sample

Sample Input	Sample Output
2	2.0000
1	4.0000
1	
4	
1 1 1 1	

以下の図は, 2 個目のテストケースの様子を表す.



Problem C: Really Long Sequences

Points: $30 + 70$

実験のために長い整数列が必要になったうさぎは, 整数 M, K, P, R, N, L, Q, S に対して以下の手順で $a_1, \ldots, a_M$, $b_1, \ldots, b_N$ を生成することにした.

$a_0 := P$.
for $i := 1$ **to** $M + 2K$:
  $a_i := (103a_{i-1} + R) \bmod 1\,000\,003$.
for $j := 1$ **to** K:
  $i_1 := 1 + (a_{M+2j-1} \bmod M)$.
  $i_2 := 1 + (a_{M+2j} \bmod M)$.
  a_{i_1} と a_{i_2} を入れ替える.
$b_0 := Q$.
for $i := 1$ **to** $N + 2L$:
  $b_i := (103b_{i-1} + S) \bmod 1\,000\,003$.
for $j := 1$ **to** L:
  $i_1 := 1 + (b_{N+2j-1} \bmod N)$.
  $i_2 := 1 + (b_{N+2j} \bmod N)$.
  b_{i_1} と b_{i_2} を入れ替える.

ただし, $\alpha \bmod \beta$ は α を β で割った余り (0 以上 β 未満) を表す.

数列 $a_1, \ldots, a_M$ と数列 $b_1, \ldots, b_N$ の最長共通部分列の長さ (すなわち, $1 \le i_1 < \cdots < i_k \le M$, $1 \le i'_1 < \cdots < i'_k \le N$, および $a_{i_j} = b_{i'_j}$ $(j = 1, \ldots, k)$ を満たす整数 $i_1, \ldots, i_k$, $i'_1, \ldots, i'_k$ が存在するような非負整数 k の最大値) を求めよ.

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

M K P R
N L Q S

M, K, P, R, N, L, Q, S はすべて整数である.

Output

各テストケースに対して, 最長共通部分列の長さを 1 行に出力せよ.

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる.

- $1 \leq M \leq 1\,000\,000$, $1 \leq K \leq 1\,000\,000$, $1 \leq P \leq 1\,000\,000$, $1 \leq R \leq 1\,000\,000$.
- $1 \leq N \leq 1\,000\,000$, $1 \leq L \leq 1\,000\,000$, $1 \leq Q \leq 1\,000\,000$, $1 \leq S \leq 1\,000\,000$.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる.

C1.in (30 **点**)

- $T = 10$.
- $M \leq 1\,000$.
- $N \leq 1\,000$.

C2.in (70 **点**)

- $T = 20$.

Sample

Sample Input	Sample Output
`3`	`3`
`4 6 1 2`	`0`
`5 3 1 2`	`56`
`8 7 6 5`	
`4 3 2 1`	
`1000 111111 3 501`	
`1000 222222 810 501`	

1 個目のテストケースでは, $a_1 = 105$, $a_2 = 10817$, $a_3 = 114150$, $a_4 = 757419$, $b_1 = 105$, $b_2 = 10817$, $b_3 = 13925$, $b_4 = 757419$, $b_5 = 114150$ となる.

Problem D: Rabbit Pairs

Points: $20 + 80$

教室で授業を受けていた動物たちは, 2 匹組を作ることになった. 動物たちは M 行 N 列の長方形に並んでおり, 2 匹組は前後左右に隣り合う相手と組む. 教室には何匹かのうさぎがいるが, うさぎたちは社交的であり他の動物と交流したいので, うさぎどうしでの 2 匹組は K 組以下にしたい. うさぎたちの座席が与えられたとき, 条件を満たすようにすべての動物たちが 2 匹組に分かれる場合の数が何通りあるかを 10 007 で割った余りを求めよ.

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

$M\ N\ K$
$A_{1,1}A_{1,2}\cdots A_{1,N}$
$\vdots$
$A_{M,1}A_{M,2}\cdots A_{M,N}$

整数 M, N は, それぞれ動物たちが並んでいる行数, 列数を表す. 整数 K は, うさぎどうしでの 2 匹組が K 組以下でなければならないことを表す. $A_{i,j}$ $(1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N)$ は文字 `R` または文字 `.` であり, それぞれ i 行 j 列の動物がうさぎであること, うさぎでないことを表す.

Output

各テストケースに対して, 求める場合の数を 10 007 で割った余りを 1 行に出力せよ.

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる.

- $1 \leq M \leq 24$, $1 \leq N \leq 24$, $0 \leq K \leq 288$.
- $M \times N$ は偶数である.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる.

D1.in (20 **点**)
- $T = 10$.
- $K = 0$.

D2.in (80 **点**)
- $T = 20$.

Sample

Sample Input	Sample Output
3	7
2 5 1	180
RR...	5787
...RR	
7 6 0	
....RR	
.RR...	
.RR...	
..RR.R	
.....R	
RRR..R	
..R...	
12 15 40	
....RRR...RRR..	
...RRR...RRR...	
...RRR...RRR...	
...RRR...RRR...	
...RRR...RRR...	
...RRR...RRR...	
...RRRRRRRRR...	
..RRRRRRRRRRR..	
.RRRRRRRRRRRRR.	
.RRRRRRRRRRRRR.	
..RRRRRRRRRRR..	
...RRRRRRRRR...	

1 個目のテストケースでは, 以下の 7 通りが考えられる. 同じ文字が書かれた座席にいる動物どうしが 2 匹組を作ることを表している.

あ	あ	う	う	お
い	い	え	え	お

あ	あ	う	え	お
い	い	う	え	お

あ	い	い	え	え
あ	う	う	お	お

あ	い	い	え	お
あ	う	う	え	お

あ	い	う	う	お
あ	い	え	え	お

あ	い	う	え	え
あ	い	う	お	お

あ	い	う	え	お
あ	い	う	え	お

Problem E: Range Composition

Points: $30 + 70$

英語のアルファベットの個数が 3^3 に近いことにふと気づいたうさぎは, アルファベット大文字のそれぞれに, 以下のように $\{1, 2, 3\}$ から $\{1, 2, 3\}$ への関数を割り当てた.

	1	2	3
A	1	1	1
B	2	1	1
C	3	1	1
D	1	2	1
E	2	2	1
F	3	2	1
G	1	3	1
H	2	3	1
I	3	3	1

	1	2	3
J	1	1	2
K	2	1	2
L	3	1	2
M	1	2	2
N	2	2	2
O	3	2	2
P	1	3	2
Q	2	3	2
R	3	3	2

	1	2	3
S	1	1	3
T	2	1	3
U	3	1	3
V	1	2	3
W	2	2	3
X	3	2	3
Y	1	3	3
Z	2	3	3

例えば, $\mathtt{G}(1) = 1$, $\mathtt{G}(2) = 3$, $\mathtt{G}(3) = 1$, $\mathtt{H}(1) = 2$, $\mathtt{H}(2) = 3$, $\mathtt{H}(3) = 1$ である.

$F_1, \ldots, F_N$ はこれらの関数のいずれかである. $i = 1, \ldots, 2^Q$ に対し, 値 x_i に関数 $F_{a_i}, F_{a_i+1}, \ldots, F_{b_i}$ をこの順に適用して得られる値 y_i を求めたい (ただし, 実際に出力するのはその一部である). ここで x_i, a_i, b_i は, 与えられる整数 J, K, L, M に対し, 以下の (y_i の値に依存する) 手順で生成される.

$r := J$.
for $i := 1$ **to** 2^Q:
  $r := (Kr + L) \bmod M$.
  $x_i := 1 + (r \bmod 3)$.
  $r := (Kr + L) \bmod M$.
  $a_i := 1 + (r \bmod N)$.
  $r := (Kr + L) \bmod M$.
  $s := 10^{(r \bmod 7)}$.
  $r := (Kr + L) \bmod M$.
  $b_i := 1 + ((a_i + s + (r \bmod s)) \bmod N)$.
  if $a_i > b_i$ **then**: a_i と b_i を入れ替える.
  $y_i := F_{b_i}(\cdots(F_{a_i+1}(F_{a_i}(x_i)))\cdots)$.
  $r := (Kr + L + i + y_i) \bmod M$.

ただし, $\alpha \bmod \beta$ は α を β で割った余り (0 以上 β 未満) を表す.

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

N Q J K L M
$F_1 F_2 \cdots F_N$

N, Q, J, K, L, M はすべて整数である．$F_1, \ldots, F_N$ はそれぞれ関数を表すアルファベット大文字である．

Output

各テストケースに対して, $Q+1$ 個の値 $y_{2^0}, y_{2^1}, y_{2^2}, \ldots, y_{2^Q}$ をこの順に空白で区切らず 1 行に出力せよ．

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる．

- $1 \leq N \leq 2^{20}$.
- $1 \leq Q \leq 20$.
- $1 \leq J \leq 2^{30}$, $1 \leq K \leq 2^{30}$, $1 \leq L \leq 2^{30}$, $1 \leq M \leq 2^{30}$.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる．

E1.in (30 **点**)

- $T = 10$.
- F_j は文字 `F`, `H`, `L`, `P`, `T`, `V` のいずれかである $(1 \leq j \leq N)$.

E2.in (70 **点**)

- $T = 20$.

Sample

Sample Input	Sample Output
`2`	`2333`
`6 3 20 13 12 24`	`331233233221222133313`
`RABBIT`	
`36 20 111111 232323 456456 789078907`	
`HVFTPLHPLPHVFTPLHVFTPLPLHVFPLHVFPLVF`	

1 個目のテストケースは以下のように説明される．

i	x_i	a_i	b_i	y_i
1	3	2	3	`B(A(3))` $= 2$
2	3	4	6	`T(I(B(3)))` $= 3$
3	2	2	5	`I(B(B(A(2))))` $= 3$
4	2	4	5	`I(B(2))` $= 3$

i	x_i	a_i	b_i	y_i
5	3	4	6	`T(I(B(3)))` $= 3$
6	2	2	2	`A(2)` $= 1$
7	3	2	3	`B(A(3))` $= 2$
8	3	4	6	`T(I(B(3)))` $= 3$

Problem F: Replacing Batteries

Points: $20 + 80$

2 匹のうさぎ, しろうさとくろうさは携帯電話のヘビーユーザーである. しろうさとくろうさはそれぞれ携帯電話用の電池を何個か持っていて, それらの持ち具合を比べることにした. それぞれの電池には, 型と呼ばれる 2 以上の整数が定まっている. 型が c の電池は, その使用状況にかかわらず, 任意の非負実数 t に対し, 使用開始から t 時間以上持つ確率は c^{-t} である. しろうさが持っている電池の型は $A_1, \ldots, A_M$, くろうさが持っている電池の型は $B_1, \ldots, B_N$ である. 2 匹が同時に電池を使い始め, 切れたら交換しながら順番に使っていくとき, すべての電池が先に切れるのがしろうさの方である確率を求めよ.

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

M N
A_1 A_2 $\cdots$ A_M
B_1 B_2 $\cdots$ B_N

整数 M, N は, それぞれしろうさ, くろうさの持っている電池の個数を表す. 整数 A_i $(1 \leq i \leq M)$, B_i $(1 \leq i \leq N)$ はそれぞれしろうさ, くろうさの持っている電池の型を表す.

Output

各テストケースに対して, すべての電池が先に切れるのがしろうさの方である確率を小数第 4 位までに四捨五入し 1 行に出力せよ. 答えの値が $\pm 10^{-6}$ 変化しても出力は変わらないとしてよい.

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる.

- $1 \leq M \leq 10$, $1 \leq N \leq 10$.
- $2 \leq A_i \leq 10$ $(1 \leq i \leq M)$, $2 \leq B_i \leq 10$ $(1 \leq i \leq N)$.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる.

F1.in (20 **点**)

- $T = 12$.
- $M = 1$, $N = 1$.

F2.in (80 **点**)

- $T = 22$.

Sample

Sample Input	Sample Output
2	0.4000
1 1	0.9999
4	
8	
2 10	
10 10	
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	

Problem G: Rumor with Primes

Points: $30 + 70$

正の整数 n に対し, $f(n)$ を n が持つ素因数を重複を込めて数えた個数とする. 例えば, $200 = 2^3 \times 5^2$ なので, $f(200) = 5$ となる. また, $g(n) = (-1)^{f(1)} + (-1)^{f(2)} + \cdots + (-1)^{f(n)}$ とする. うさぎは, $g(n)$ の値は 0 以下ばっかりという噂を耳にした. この噂は果たして本当だろうか. $n = 1, \ldots, 20$ においては以下のようになる.

n	$f(n)$	$g(n)$
1	0	1
2	1	0
3	1	-1
4	2	0
5	1	-1
6	2	0
7	1	-1
8	3	-2
9	2	-1
10	2	0

n	$f(n)$	$g(n)$
11	1	-1
12	3	-2
13	1	-3
14	2	-2
15	2	-1
16	4	0
17	1	-1
18	3	-2
19	1	-3
20	3	-4

与えられる N に対して, $g(N)$ の符号を求めよ.

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

N

N は整数である.

Output

各テストケースに対して, $g(N)$ が正なら文字 `+` を, 0 なら文字 `0` を, 負なら文字 `-` を 1 行に出力せよ.

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる.

- $1 \leq N \leq 1\,000\,000\,000$.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる.

G1.in (30 点)

- $T = 100$.
- $N \leq 1\,000\,000$.

G2.in (70 点)

- $T = 1\,000$.

Sample

Sample Input	Sample Output
10	+
1	0
10	-
100	-
1000	-
10000	-
100000	-
1000000	-
10000000	-
100000000	-
1000000000	

Problem H: Read the Input

Points: $40 + 60$

Input

入力の 1 行目にはテストケースの個数 T が書かれている. その後, 次の形式で各テストケースが与えられる.

S
N
$R_1\ R_2\ \cdots\ R_N$

S はアルファベット小文字からなる長さ 10 000 の文字列である. S のある連続した 30 文字以上 60 文字以下の部分文字列は以下のように処理された問題文である.

- 問題文は英語のアルファベットと句読点・空白からなる英語の文である.
- アルファベットがすべて小文字に直される.
- 単語 “the” がすべて取り除かれる.
- 句読点・空白がすべて取り除かれる.

S のその他の部分の各文字は, アルファベット小文字全体から一様ランダムに選ばれたとしてよい.

整数 N は数列 (R_i) の長さを表す. 数列の各要素 R_i $(1 \leq i \leq N)$ は整数である.

Output

各テストケースに対して, 答えを 1 行に出力せよ.

Constraints

すべての入力において, 以下の制約が満たされる.

- $1 \leq N \leq 10$.
- $1 \leq R_i \leq 10$ $(1 \leq i \leq N)$.
- $R_1, \ldots, R_N$ は相異なる.

さらに, 各入力において, 以下の制約が満たされる.

H1.in (40 **点**)

- $T = 10$.

H2.in (60 **点**)

- $T = 20$.