

A stylized Christmas tree is the central focus, constructed from a dense, chaotic scribble of cyan lines. The tree is topped with a single large white star, and several other white stars of varying sizes are scattered throughout its branches. The background is a solid, muted blue. A semi-transparent grey rectangular box is positioned horizontally across the middle of the image, containing the text 'A: input' in a dark blue, sans-serif font. The overall aesthetic is modern and digital.

A: input

問題概要

- 次の問題の出力 X が与えられるので、入力を作成せよ

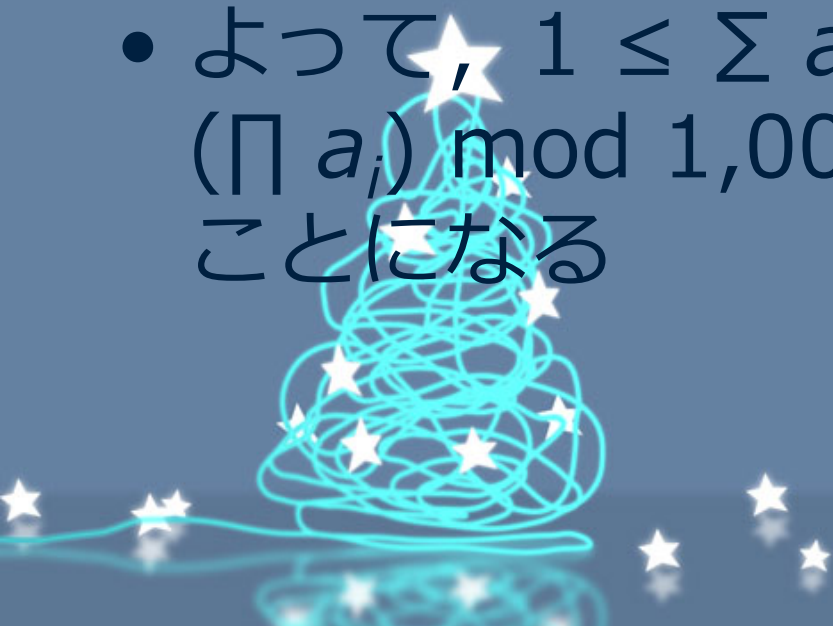
[Colorful Christmas]

- 色が付いた N 個の飾りがある
- 同じ色の飾りは 2 個以上使わない
- 最も多くを使うときの組み合わせは何通り？
- mod 1,000,000,009 で求める
- $1 \leq N \leq 150$



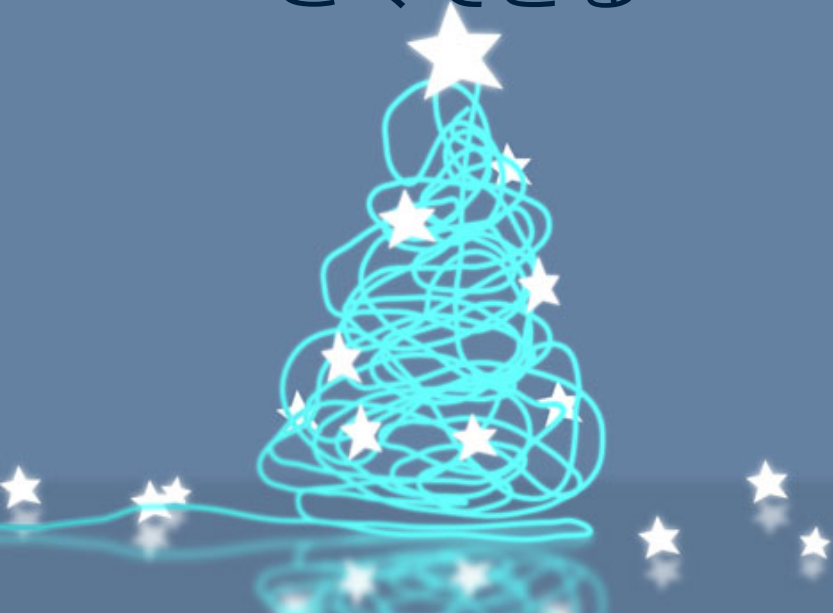
Colorful Christmas

- 登場したすべての色の飾りを 1 個ずつ使えばよい
- 色 i の飾りが a_i 個あるとき, 答は $\prod a_i$
- よって, $1 \leq \sum a_i \leq 150$ の制約の下で, $(\prod a_i) \bmod 1,000,000,009 = X$ にすることになる



考察

- N が大きいほど作りやすい
- a_i として合成数を使うのは無駄
 - $a = bc$ ($b, c \geq 2$) とすると, $a \geq b + c$ であるから, a を b と c に分けたほうが和を小さくできる



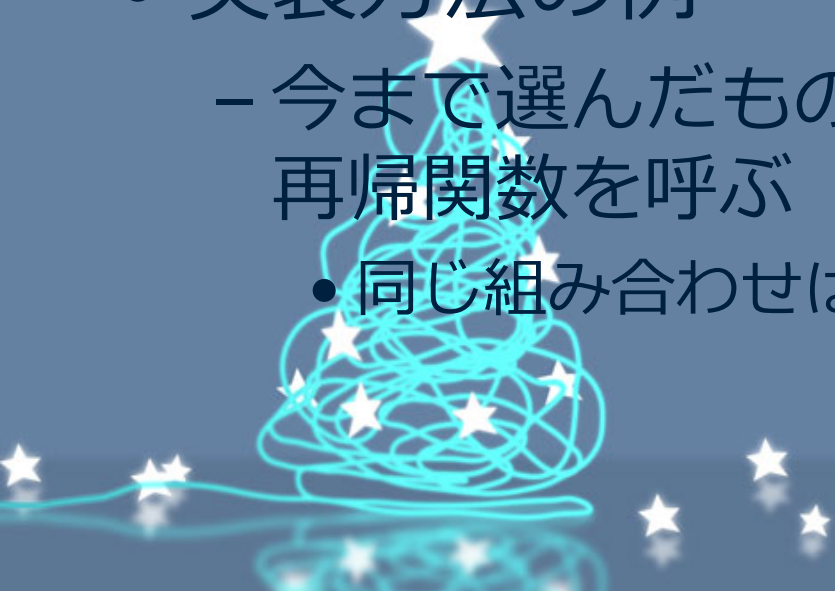
部分点

- 制約：組み合わせの総数が mod をとらずに X になるようなものが存在
- X を素因数分解した結果が最も和を小さくできるので、それが答えとして適切



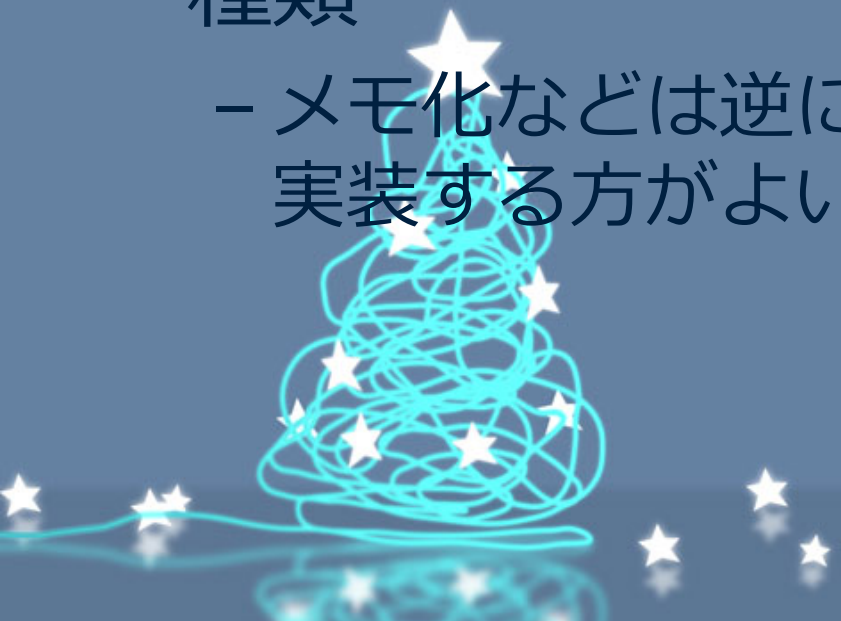
解法

- 実は全探索すればよい
 - 150 以下の整数の素数への分割すべて
 - 合成数も調べてしまうと間に合わない
- 実装方法の例
 - 今まで選んだものの和, 積, 最大値を持って再帰関数を呼ぶ
 - 同じ組み合わせは調べない



計算量

- 全部で 14,428,157 通りのパターン
 - 実装してみると解がない場合でも間に合うのでよさそうとわかる
- 積 mod 1,000,000,009 は 14,376,628 種類
 - メモ化などは逆に非効率で、軽い操作のみで実装する方がよい



計算量

- 150 じゃなかったら？
 - n の素数への分割数は $2^{O(\sqrt{n / \log n})}$ らしい
 - \log の底を e として指数の底は 38 弱くらい
 - 150 程度だと全然収束しないみたいです



コーナーケース

- $X = 1$
 - $N = 0$ の出力ではだめです



文字列の作り方

- 最大で 75 個の文字列を作る
 - 1 文字 10 文字以下, アルファベット小文字
 - $26 + 26^2 + \dots + 26^{10}$ 通りあるので足りる
- 作り方の例 (実際の提出)
 - aa, ab, ac, ..., az, ba, bb, ...
 - ランダムに 10 文字
 - abcdefghij の順列を生成

文字列の作り方

- せっかく好きな文字列を書くことができるので遊んでみるのもよいでしょう
- 作り方の例 (実際の提出)
 - $X = 1$ の例外処理で好きな文字列
 - kyouko / peropero / usagikawai / unagi
 - aa, ab, ... だと 8 文字も余るので
 - kitsuneaa, kitsuneab, ... / rabbitaa, rabbitab, ..
 - 最初の何個かを作りこむ
 - kitsuneiro, brownfox, quickfox, mofurairo, ...

おまけ

- 最初は $N \leq 10,000$ でした
 - $X = 0$ 以外は $N \leq 5,000$ で作れる
 - 13 が原始根
 - $13^a \bmod 1,000,000,009$ を素因数たちの和が a に対して結構小さいようなものを集める
 - $13^b \equiv X$ なら b を上のような a の和で書くナップサック問題になり, 貪欲でそこそこ効率がよい
 - しかし簡単な解法が存在
 - $X + 1,000,000,009$ k を順に素因数分解を試みる
 - 実際には $N \leq 1,000$ でも全部できそうです

結果

- 総提出数 : 326
- 提出者数 : 87
- 正解者数 : 20
- 最初の正解 : Komaki (00:18:59)

